Matematika II. tételsor, 2008

1.a. Differenciálegyenletek fogalma, megoldása (általános, partikuláris), szétválasztható változójú diff. egyenletek

1.b. Oldjuk meg az $(x^2-1)y' = 2xy\ln y$ diff. egyenletet.

2.a. Elsőrendű, lineáris differenciálegyenletek. Az állandó variálás módszere.

2.b. Oldjuk meg az $xy' + y + x^2 = 0,\ y(3) = 2$ diff. egyenletet.

3.a. Elsőrendű, lineáris, állandó együtthatójú diff. egyenletek. A próbafüggvény módszere.

3.b. Oldjuk meg az $y' - 2y = e^{2x} + x + 1$ diff. egyenletet.

4.a. Hiányos másodrendű diff. egyenletek. $(F(x, y', y'') = 0)$

4.b. Oldjuk meg az $y'' = \frac{1}{x}y' + x\cos x$ diff. egyenletet.

5.a. Hiányos másodrendű diff. egyenletek. $(F(y, y', y'') = 0)$

5.b. Oldjuk meg az $2y'^2 = (y-1)y''$ diff. egyenletet.

6.a. Másodrendű, lineáris, homogén diff. egyenlet, független megoldások keresése

6.b. Az y_1 partikuláris megoldás felhasználásával számítsuk ki a diff. egyenlet általános megoldását:

$$(1+x^2)y" + xy' - y = 0, \qquad y_1 = x$$

7.a. Másodrendű, lineáris, állandó együtthatójú, homogén diff. egyenlet

7.b. Oldjuk meg az $y" - 10y' + 29y = 0$ diff. egyenletet.

8.a. Másodrendű, lineáris, állandó együtthatójú, inhomogén diff. egyenlet

8.b. Oldjuk meg az $y" - 6y' + 9y = 12\sin x$ diff. egyenletet.

9.a. Numerikus sorok (részletösszeg, konvergencia, abszolút konvergencia)

9.b. Határozzuk meg a következő sor összegét a részletösszegek konvergenciájának vizsgálatával:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$$

10.a. A mértani sor

10.b. Irjuk fel két egész szám hányadosaként a 0,2727272727.... számot.

11.a. Majoráns, minoráns, integrálkritérium

11.b. Konvergensek-e a következő sorok:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{3k^2+k+1}, \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$$

12.a. Hányados és gyökkritérium, Leibniz-féle konvergenciakritérium

12.b. Konvergensek-e a következő sorok:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k^k}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k+1)!}{2^k k!} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^3+1}$$

13.a. Hatványsorok (konvergencia-tartomány, differenciálhatóság, integrálhatóság)

13.b. Határozzuk meg a következő függvénysor konvergencia-tartományát:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{(x-2)^n}$$

14.a. Hatványsor konvergencia-sugara

14.b. Állapítsuk meg az alábbi hatványsor konvergencia-tartományát:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\sqrt{n}3^n}$$

15.a A Taylor-sor.

15.b. Határozzuk meg az $f(x) = \arctan x$ függvény Taylor sorát az $x = 0$ körül. Hogyan fejezhető ki a π szám végtelen sorral?

16.a. Fourier-sorok

16.b. Írjuk fel az $f : [-\pi, \pi] \to R,\ f(x) = |x|$ függvény Fourier sorát.

17.a. Többváltozós függvények és szemléltetésük (paramétervonalak, szintvonal)

17.b. Szemléltessük az $f(x, y) = x^2 + y^2$ függvényt.

18.a. Kétváltozós függvények határértéke, folytonossága

18.b.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^2}{x^2+y^2} = ?$$

19.a. Kétváltozós függvények parciális deriváltjai

19.b. Határozzuk meg az $f(x,y) = \frac{x-y}{x+y}$ függvény első és másodrendű parciális deriváltjait.

20.a. Totális differenciálhatóság

20.b Határozzuk meg az $f(x,y) = x^2 - 3y^2$ függvény érintősíkjának egyenletét az $M(2,1)$ pontban.

21.a. Iránymenti differenciálhatóság

21.b. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$ függvény iránymenti deriváltját az $A(2,1)$ pontban az x tengellyel 150 fokos szöget bezáró irányban

22.a. Kétváltozós függvények szélsőérték számítása

22.b. Határozzuk meg az $f(x,y) = 2x^2 + 2y^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2$ függvény lokális szélsőértékeit.

23.a. Kettős integrál

23.b. Számítsuk ki az $f(x,y) = 1 - xy$ függvény integrálját az alábbi alakzatok által bezárt síkrészen: $x = 0$, $x = 1$, $y = -x$, $y = \sqrt{x}$